

Kurtosis - der „fehlende Knopf“ bei der Schwingprüfung oder Sigma-Dehnung mit B&K Regelsystem 1059

Wer sich mit der Schwingprüfung in der Umweltsimulation befasst, verwendet dabei oft weißes, also normal- oder gaußverteiltes Rauschen, wohlwissend, dass man dabei einen Kompromiss eingeht und viele Anpassungen des Anregungsspektrum notwendig sind, um die tatsächlichen Beanspruchungen annähernd zu simulieren.

Eine Methode wird zur Zeit immer häufiger verwendet: die geregelte Wiedergabe von Zeitdaten, die im Feldversuch aufgenommenen wurden (**Field Data Replication**). Hierbei versucht man, die im Feld gemessenen Zeitverläufe im Labor, bzw. auf dem Shaker zu reproduzieren. Diese Methode ist zwar eine gute erste Näherung, hat aber auch ihre Schwächen; besonders im Bereich der Luft- und Raumfahrt ist es schwierig, einen repräsentativen Zeitverlauf zu finden. Wenn man einen Zeitverlauf gefunden hat, ist dieser meistens nur für eine bestimmte Situation des Produktes repräsentativ, aber nicht für die gesamte Lebensdauer des Produkts.

Eine andere Methode, die extensiv in der Automobilindustrie eingesetzt wird, ist die sogenannte **HALT** (High Accelerated Life Testing) und **HASS** (High Accelerated Stress Testing) Testmethode. Hierbei wird das Produkt hohen „Rausch“-Schockimpulsen ausgesetzt, wobei der spektrale Inhalt des Signals weitgehend vernachlässigt wird. Dieses Verfahren ist teilweise erfolgreich, weil diese hohen Schocks auch in der Realität zu finden sind.

Andere bekannte Verfahren, das reine Rauschsignal zu modifizieren, sind **Sinus-auf-Rauschen** und **Schmalbandrauschen auf Rauschen**. Eine dritte Methode das Rauschen zu modifizieren ist **Schock-auf-Rauschen** und wird von vielen Testingenieuren verlangt, weil das typische, gaußverteilte weiße Rauschen nicht die zufälligen hohen Schock-Impulse erzeugt, wie sie in der Realität vorkommen. Was sie also fordern, ist eine Möglichkeit, gelegentlich höhere Peaks aus ihrem Standard-Rauschtest herauszubekommen. Dies entspricht aber nicht Schock-auf-Rauschen, sondern bedeutet **Regelung der Kurtosis**.

In diesem Artikel wird die kürzlich entwickelte Methode der Kurtosis-Regelung oder auch Sigma-Dehnung beschrieben und die Ergebnisse dieser Methode an einigen Tests demonstriert, die auf Daten aus Feldversuchen basieren.

Eine bessere Methode als gaußverteilte Daten zur Rauschanregung zu verwenden ist es, die Verteilung der Daten den tatsächlichen Gegebenheiten anzupassen, die man bei Feldversuchen ermittelt hat. Solch ein Verfahren führt letztendlich zur Anpassung der Kurtosis. Kurtosis ist definiert als das *Verhältnis statistischer Momente*.

Die Kurtosis (oder auch Wölbung) einer Zufallsgröße X mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2 ist definiert als

$$Kurt(X) = \frac{E[(X - \mu)^4]}{\sigma^4}.$$

Wenn man die Rohdaten mit der Verteilung um den Nullpunkt vorliegen hat, kann man die Kurtosis auf folgende Art berechnen:

Gleichung 1:
$$\text{Kurtosis} = \frac{\text{Mittelwert}(\text{Daten}^4)}{\text{Mittelwert}(\text{Daten}^2)^2}$$

Normalverteilte (gaußverteilte) Zufallsgrößen haben eine Kurtosis von 3. Eine größere Kurtosis ist bei Felddaten oft zu beobachten. Anzeichen dafür sind mehr Werte um 0 und mehr Werte mit großen positiven und negativen Amplituden als die bei normalverteilterm Rauschen. Amplituden mittlerer Werte sind dagegen weniger vorhanden.

Graphisch gesehen, ist die Kurtosis ein Maß für die Form der Flanken der Verteilungsfunktion. Ein Datensatz mit einer hohen Kurtosis wird einen höheren Peak bei $0 \sigma = \text{RMS-Wert}$ und breitere Flanken, also einen größeren Anteil an höheren Amplituden haben, der Vertrauensbereich wird vergrößert, man spricht hier auch von einer **Sigma-Dehnung**.

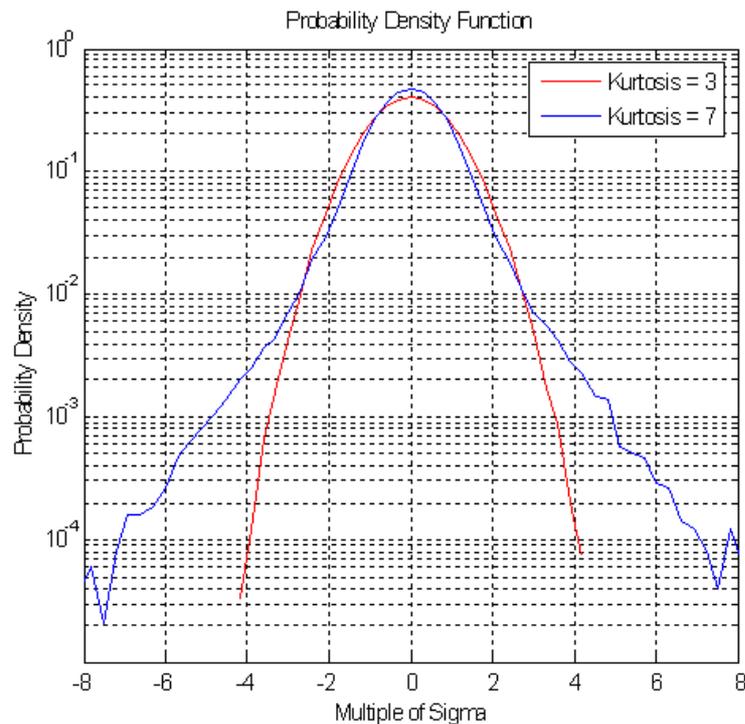


Abb. 1: Verlauf der Amplituden Verteilungsfunktion für Kurtosis 3 und 7

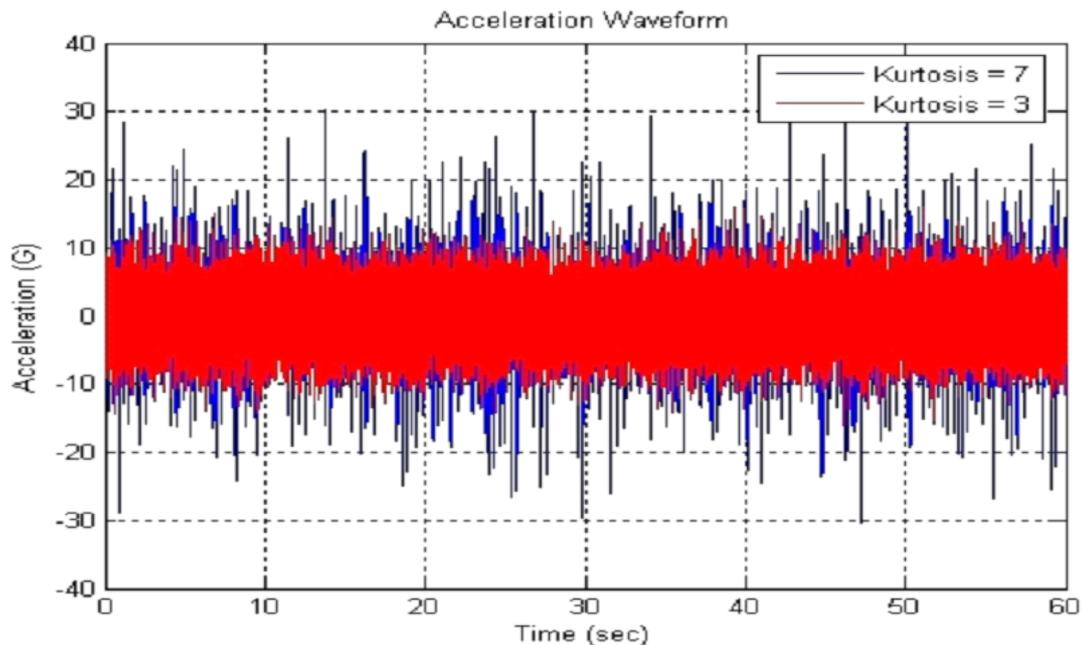


Abb 2: Zeitsignal der Beschleunigung eines Rauschen mit Kurtosis 3 (rot) und Kurtosis 7 (blau)

Mit einer Kurtosis von 7 (blau) erkennt man beim Zeitsignal deutlich den größeren Anteil an hohen Amplituden im Vergleich zum normalverteilten Rauschen mit der Kurtosis von 3 (rot). Interessanterweise erzeugen beide Datensätze das gleiche Spektrum mit dem gleichen RMS-Wert für die Energie.

Sinn und Zweck des folgenden Berichts ist es:

A) aufzuzeigen, wie wichtig es ist, bei der Aufnahme von Felddaten die Kurtosis zu messen und zu bestimmen, wenn die Daten zur Abschätzung von Prüfparametern für Random Tests verwendet werden sollen. Die beschriebenen Beispiele sollen demonstrieren, dass viele Schwingungsbeanspruchungen in unserer Umwelt nicht gaußverteilt sind, sondern eher einer Verteilung mit höherer Kurtosis entsprechen.

B) zu zeigen, daß Random Tests mit geregelter Kurtosis der Amplitudenverteilung der „realen“ Welt wesentlich näher kommen, als solche mit einer Standard-Gaußverteilung.

Testablauf

Um die wesentlichen Ziele dieses Artikels zu demonstrieren, hat man sich auf zwei Schwerpunkte konzentriert:

A. Unterschiedliche Amplitudenverteilungen in der „realen“ Welt herausstellen

Es wurden Schwingungssignale unterschiedlicher Maschinen an verschiedenen Punkten der Struktur im Feldversuch aufgenommen, um die unterschiedliche Amplitudenverteilung bei Felddaten zu verdeutlichen. Als Prüfling für diesen Beitrag dienten ein PKW-Armaturenbrett und eine Erntemaschine.

B. Demonstration, dass eine Kurtosis-Verteilung realistischer und genauer ist als eine Gaußverteilung

Mehrere Felddaten, die eine Kurtosis mit größeren Werten als bei einer Gaußverteilung ($K=3$) aufwiesen, wurden in Rauschspektren umgewandelt und Tests mit traditioneller Gaußverteilung gefahren. Anschließend hat man den Test mit Kurtosis-Regelung und den tatsächlich gemessenen Kurtosis-Werten durchgeführt und die Tests verglichen. Die Vorgehensweise für diesen Test war wie folgt:

1. Zwei neue Tests, einer mit Gaußverteilung und einer mit geregelter Kurtosis, wurden erzeugt. Beide basierten auf den selben Zeitdaten aus dem Feldversuch. Die Felddaten wurden in die VibrationView Software des Regelsystems 1059 von Brüel & Kjær importiert, um ein Profil für einen Rauschtest zu generieren.
2. Der Test wurde generiert, indem das gaußverteilte Profil importiert wurde (mit Mittelung ohne Begrenzung [clipping]). Anschließend wurde der Test gefahren und aufgezeichnet.
3. Der Test wurde jetzt mit dem Profil aus den Daten mit Kurtosis-Regelung wiederholt. Der Kurtosis-Wert wurde an den Wert angepasst, der im Feldversuch gemessen wurde. Auch dieser Test wurde aufgezeichnet.
4. Nachdem die Tests unabhängig voneinander durchgeführt und gespeichert wurden, sind die beiden neuen Random Tests „no clipping“ und „kurtosis“ mit Matlab[®] analysiert worden. Die Werte der Kurtosis wurden dahingehend überprüft, ob sie den geforderten Werten entsprachen ($K=3$ für Gaußverteilung und K =Werte aus den Felddaten). Dann wurden Grafen für die Signalform der Beschleunigung und die Amplitudendichte-Wahrscheinlichkeit erzeugt und die beiden Anregungsformen miteinander verglichen.

Testergebnisse

Schwerpunkt A – Aufzeigen der unterschiedlichen Amplitudenverteilung von Felddaten

40 verschiedene Versuche wurden durchgeführt und Daten von unterschiedlichen Signalquellen (Prüflingen) und Messpunkten gesammelt. Im Labor wurde mit Matlab® und der VibrationView Software des Regelsystems 1059 die Kurtosis der Felddaten bestimmt. 23 von 40 Datensätze hatten eine Kurtosis größer 3,3, für die die Kurtosis-Regelung schon eine Verbesserung bedeuten würde. 17 von 40 Datensätzen hatten einen Kurtosis-Wert über 3,5; bei diesen Datensätzen sollte die Kurtosis-Regelung zu einer exzellenten Verbesserung bei der Annäherung an die gemessenen Felddaten führen.

Schwerpunkt B – Demonstration, daß Kurtosis-Verteilung realistischer ist als Gaußverteilung

Wenn man den Kurtosis-Level seiner Felddaten einmal analysiert hat, sollte man bei der Reproduktion der Daten im Labor darauf achten, das Kurtosis-Niveau dem der im Feld gemessenen Daten anzupassen, um realistische Prüfbedingungen zu erzeugen. Nachdem die Vier-Punkte-Prozedur abgearbeitet wurde, konnte man zwei wesentliche Ereignisse verzeichnen:

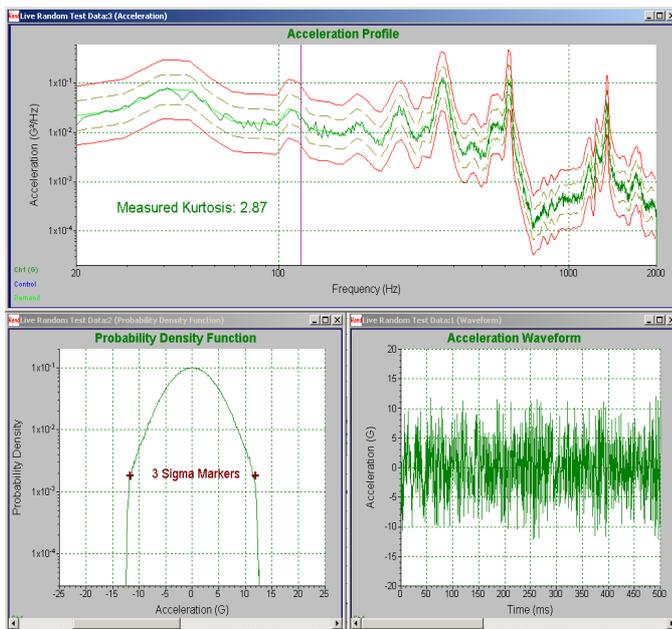


Abb. 3: Profil der Erntemaschine, gaußverteilt, 3 σ Clipping

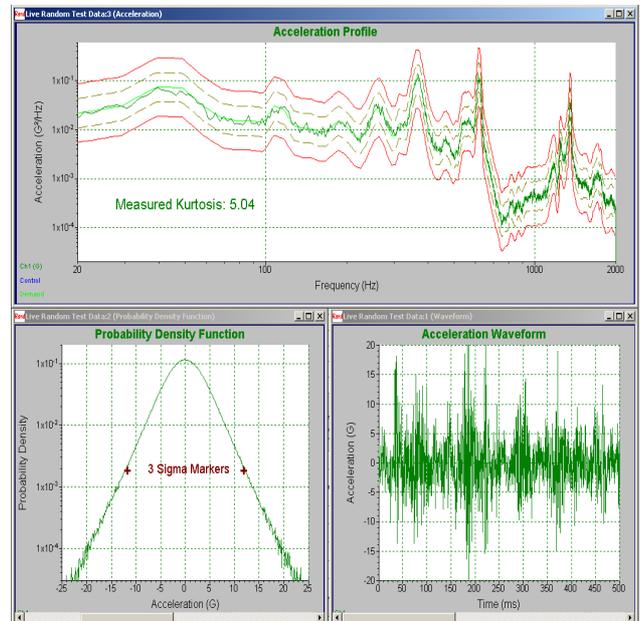


Abb. 4: Profil der Erntemaschine, Kurtosis 5

1. Das Beschleunigungsprofil, bzw. das Spektrum des Tests bleibt unverändert, unabhängig vom Kurtosis-Niveau. Dies ist sehr wichtig, da das Spektrum beim Rauschtest die Prüfnorm widerspiegelt. Die Screenshots aus der VibrationView Software bestätigen dies zum Beispiel für die Erntemaschine in den Abbildungen 3 und 4.

2. Die mit geregelter Kurtosis erzeugte Amplitudenverteilung der Daten kommen der Verteilung der Felddaten wesentlich näher als die Gaußverteilung.

In Bezug auf die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion kann man Abbildung 5 als repräsentatives Testergebnis nehmen. Betrachtet man die Signalform, wird deutlich, dass die mit geregelter Kurtosis erzeugte Signalform den Original-Felddaten wesentlich näher kommt als die gaußverteilte Signalform. Die mit geregelter Kurtosis erzeugten

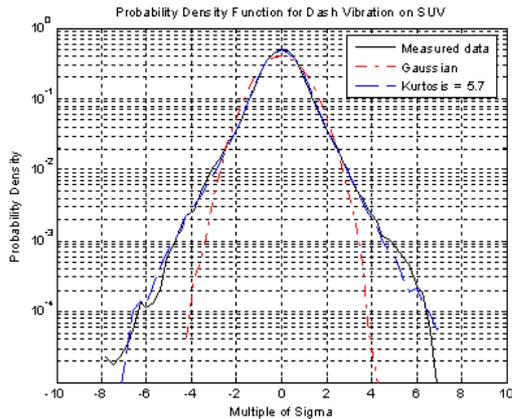


Abb. 5: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Felddaten (blau) $K = 5,7$ (blau gestrichelt) $K = 3$ (gaußverteilt, rot)

Beschleunigungsspitzen sind zwar nicht exakt die gleichen wie bei den Originaldaten aber doch signifikant höher als bei der Gaußverteilung, wie in Abbildung 6 zu sehen.

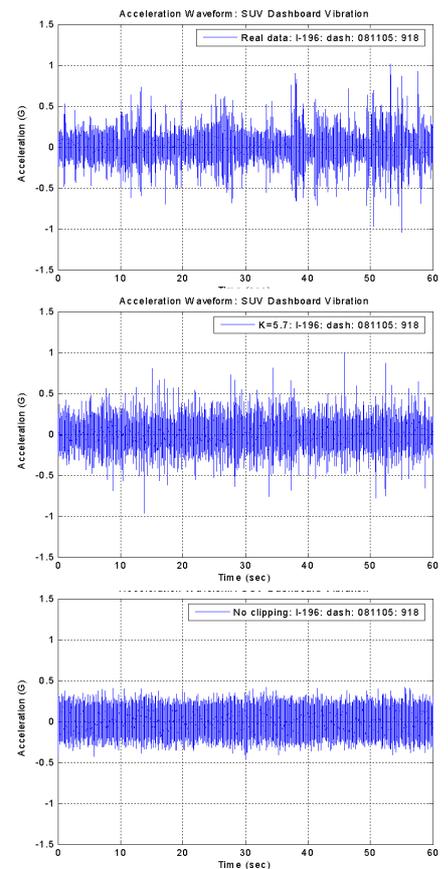


Abb. 6: Zeitverläufe Beschleunigung oben: Felddaten; mitte: $K = 5,7$; unten: gaußverteilt

Schlussfolgerungen

1. In der realen Welt werden Signale mit unterschiedlichsten Kurtosis-Werten erzeugt. Tatsache ist, dass die meisten realen Schwingungssignale nicht gaußverteilt sind. Die heute noch für Prüfmethode übliche Annahme, dass die Amplitudenwahrscheinlichkeit gaußverteilt ist, ist in Bezug auf die Schwingprüfung in der Umweltsimulation unrealistisch. Es wird deshalb empfohlen, dass die Prüftechniker die Kurtosis von Felddaten bestimmen und dann im Labor die Prüfparameter entsprechend anpassen. Mit Gleichung 1 kann man die Kurtosis einfach berechnen oder auch automatisch, mit der kürzlich von Vibration Research entwickelten Kurtosis Control Software als Teil des Shaker-Regelsystems 1059 von Brüel & Kjær.

2. Wenn es darum geht, die Umwelt (mit Kurtosis-Werten größer als bei der Gaußverteilung mit $K=3$) möglichst naturgetreu im Labor zu simulieren, ist Kurtosis-Regelung eine hervorragende Methode. Dies wurde anhand von Beispielen demonstriert. Wenn die Software mit Kurtosis-Regelung verwendet wurde, war die Amplitudenverteilung ähnlich wie die der Felddaten (Abb. 5). Auch die Spitzenwerte waren denen der Felddaten wesentlich näher als die der Gaußverteilung (Abb. 6), wobei die Testspezifikationen (Testprofil) unverändert blieben (Abb. 3 und 4).

Findet der Testingenieur Felddaten mit einer größeren Kurtosis als bei einer Gaußverteilung, kann er mit geregelter Kurtosis der natürlichen Anregung bei seinen Random Tests wesentlich näher kommen.

Referenzen

Steinwolf, A., „Shaker simulation of random vibration with a high kurtosis value“, Journal of the IEST, May/June 1997; 40,3.

Van Baren, John, Vibration Research Corporation, TEST, Engineering & Management, October / November 2005

Zum Autor:



Dipl.-Ing. Joachim Falk, beschäftigt sich seit fast 30 Jahren mit der Schwingprüfung im Rahmen der Umweltsimulation. Er ist davon mehr als 11 Jahre als Applikationsspezialist für Schwingprüfanlagen und Analysesysteme bei der Brüel & Kjaer GmbH tätig.